

جزوه

استعداد تحصیلی دکتری

(نکته و تست)

استاد:

امیر عرفانیان

کمیٹی

۶ تہ تست شماره ۸ ۲۱ ۱۳

حل ۸ ۴ تست ، ۲ ریاضی چارگزینہ ای سایر (۳) ۸، ۹، ۱۰، ۱۱

۶ معایہ ای کمی یا درستون ۲ تست ۱۲، ۱۳ (۲)

برنامہ تمرینی: مرور جزوہ ، حد اقل دو بار

مدرس حل تمرین " ، ۱۵ تست حل مقصورے

تہ ای کمی ۹۷-۱۴۰۱ @adddadmin

## بخش چہارم:

@GMATPHD

کمیٹی ادینی علمی @NogamGMATAdmin

سوال کا معایہ ای کمی یا درستون دستور العمل یا نسخہ ہے:

۱ گزینہ ۱ الف < ب ہموارہ

۲ " ب الف > ب ہموارہ

۳ " ب الف = ب ہموارہ

۴ " ب الف ؟ ب  
دگزینه

اطمینان  
الف ب  
...

۱) ہوش

بازی با اعداد

تشکیل معادلہ

درصد

میانگین

سرعت

هندسہ

ترکیبات

نظریہ اعداد

جبر

کارگر با تجربہ سانشی

عدد طولاے

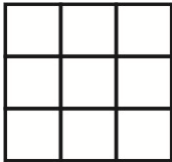
رنگ گوی کیمہ؟

تعداد جایگاههای n می باشد  $n!$

فرمول تعداد انتخابی r می باشد  $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$  ترکیب از میان n می باشد

۱. شکل زیر، هشت نقطه را نشان می دهد که هر نقطه تا نقطه مجاورش، یک سانتی متر فاصله دارد.
۳. مربعی را به ۹ قسمت مساوی، مطابق شکل زیر تقسیم کرده ایم. قرار است با رنگ کردن برخی از مربع های کوچک، حالات مختلفی از رنگ آمیزی را برای مربع بزرگ بدست آوریم.

ترکیبات



ستون «ب»

ستون «الف»

ثلث تعداد مثلث هایی که رئوسش روی این نقاط قرار دارد و نقطه دیگری روی اضلاع آن قرار ندارد.

تعداد مستطیل هایی که رئوسش روی این نقاط قرار دارد.

| تعداد | نوع          |
|-------|--------------|
| ۳     | $1 \times 1$ |
| ۲     | $1 \times 2$ |
| ۱     | $1 \times 3$ |
| ۶     |              |

$\frac{1}{3} \times 2 \times 3 \times \binom{4}{1} = 8$

انتخاب ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴  
در نقطه  
در ردیف  
در ردیف بالایی

$\binom{4}{2} = 6$

انتخاب ۲ یا ۳ یا ۴  
از میان ۴ یا ۳ یا ۲

ستون «الف» ستون «ب»  
تعداد حالات مختلفی که تنها ۳ مربع کوچک رنگ شده اند.  
تعداد حالات مختلفی که تنها ۶ مربع کوچک رنگ شده اند.

$\binom{9}{6} = \frac{9!}{6!3!} = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3!6!}$

$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

نکته: نت هوش (عددی) یا فن رند ها کم میان اعداد

۴. در شکل روبه رو، بین علایم و اعداد، ارتباط خاصی برقرار است. به جای علامت سوال، کدام عدد باید قرار بگیرد؟

۲. بین اعداد حقیقی a و b و c روابط  $ac = \frac{b}{a}$  و  $a^2 = \frac{b}{c}$  برقرار است.

جبر

قرار بگیرد؟  $3 \times (1+8+4) = 39$

۳۶ (۱)  
۳۹ (۲) ✓  
۴۲ (۳)  
۶۰ (۴)  $1 \times (8+4+3) = 15$

۴۸  $4 \times (3+1+8) = 64$   
۶۴  $8 \times (4+3+1) = 64$

۳ شانه

ستون «الف» ستون «ب»  
 $a^2$   $c^2$

گزینه ای ۴  $\frac{b}{c} < \frac{3}{\frac{1}{5}} = 15$   $b=3, c=\frac{1}{5}$   
 $\frac{1}{5} = \frac{1}{3}$   $b=\frac{1}{5}, c=3$

گزینه ۳  $\frac{1}{5} = \frac{1}{3}$   $b=\frac{1}{5}, c=3$

$\times \pm, \pm \times$

نکته: مانور اول هوش

صفحه ۳۲ تعریف رند: نگه ایست که حداقل (۲ شانه) در آید آن وجود داشته باشد.

نکته: مثال زدن در نت های معایب ای می

به مثال الف < ب ← گزینه ۱ یا ۴  
به مثال الف > ب ← ۲ یا ۴  
به مثال الف = ب ← ۳ یا ۴

نکته: گزینه می توان تعیین کرد. قابل تعیین نیست  
 می توان مشخص کرد. بیش از یک جواب داریم.

نت حوش نیست! بازی با اعداد

جزوه استعداد تحصیلی دکتری (استاد امیر عرفانیان)

۷. بین اعداد زیر (از چپ به راست)، ارتباط خاصی برقرار است. به جای علامت سوال، چه عددی باید قرار گیرد؟

۷, ۲۶, ۶۳, ۹, ۲۱۵, ۳۴۲

رند اول:  $7-1=6$ ,  $26-1=25$ ,  $63-1=62$ ,  $9-1=8$ ,  $215-1=214$ ,  $342-1=341$

$$a_n = (n+1)^3 - 1$$

رند دوم: مجموع اعداد

۷, ۸, ۹, ۹, ۸, ۷

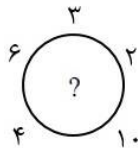
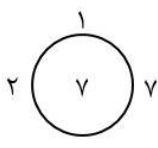
مجموع اعداد ۲ عدد؟، ۲ باید برابر ۷ باشد.

رند سوم: ضرب نوشتن

$1 \times 7 = 7$ ,  $2 \times 13 = 26$ ,  $3 \times 21 = 63$ ,  $4 \times 31 = 124$ ,  $5 \times 43 = 215$ ,  $6 \times 57 = 342$

۸. در تصویر زیر، بین اعداد هر شکل ارتباط خاصی برقرار است. به جای علامت سوال، چه عددی باید قرار گیرد؟

$$\frac{7+9}{2} + 2 = 10$$



$$\frac{1+7+7+7}{4} + 7 = 7$$

$$? = \frac{3+2+10+4+6}{5} + 5 = 10$$



$$? = f(a_1, a_2, \dots, a_n)$$

نکته: قانون دوم حوش

$$? = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n} + n$$

۵. در مربع زیر، اعداد ۱ تا ۹ را به گونه ای چیده ایم که جمع اعداد در هر سطر افقی، عمودی و قطرها، با هم برابر شده است. مقدار  $x+y+z$  کدام است؟

|   |    |   |
|---|----|---|
| ۸ | ۱  | ۹ |
| ۶ | ۱  | ۸ |
| ۵ | ۷  | ۷ |
| ۴ | ۱۱ | ۷ |

$$y=0 \quad 8(1) \times$$

$$y=2 \quad 10(2) \times$$

$$y=7 \quad 15(3) \times$$

$$y=3 \quad 11(4) ?$$

$$\sum_{i=1}^9 i = 45$$

$$\frac{45}{3} = 15$$

$$x+y+z = 8+y$$

رند دوم: نکته: واره را در یک حالت حل کنید!

رند سوم: حل با رابطه یک

$$y+y+(y+3)+y=15 \Rightarrow y=2$$

۶. بین اعداد شکل زیر، ارتباط خاصی برقرار است. به جای علامت سوال، کدام یک از اعداد زیر، می تواند قرار بگیرد؟

|                     |
|---------------------|
| ۹                   |
| ?                   |
| ۱۸                  |
| ۳, ۱۴, ۶, ۳۰, ۶, ۱۵ |

قرار بگیرد؟

۸ (۱)

۱۰ (۲) ✓

۱۲ (۳)

۱۶ (۴)

$$9 = \frac{3+15}{2}$$

$$18 = \frac{6+30}{2}$$

$$? = \frac{14+6}{2} = 10$$

میانگین

نکته: قانون سوم خوش ...

نکته: نتیجه گیری مهم در خصوص نت خوش

جزوه استعداد تحصیلی دکتری (استاد امیر عرفانیان)  
هر استدلال درست خوش معتبر است مگر آنکه ...

سرخ ۴ !!

۹. به جای علامت سوال، کدام عدد مناسب است؟

|    |    |
|----|----|
| ۶  | ۸  |
| ۱۱ | ۱۶ |
| ۲۴ | ۳۷ |
| ۵۸ | ؟  |

۹۲ (۱) ✓✓✓✓

۷۴ (۲)

۹۴ (۳)

۸۴ (۴)

تفاضل در عدد مجاور

رند اول: حرکت زیرین

سویچی ۲، ۳، ۴، ۵، ۸، ۱۳، ۲۱، ۳۴

$$92 = 58 + 34$$

رند دوم: حرکت L شکل

رند سوم: حرکت قطری

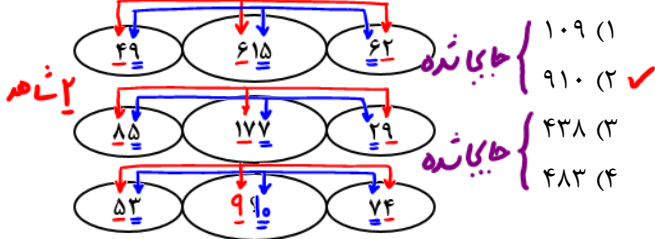
$$c = \frac{a+d}{2} \quad \frac{a}{c} \mid \frac{b}{d}$$

$$58 = \frac{24 + ?}{2} \Rightarrow ? = 92$$

رند چهارم: حرکت قطری

$$d = b + c - 3 \quad \frac{a}{c} \mid \frac{b}{d} \quad \frac{6}{11} \mid \frac{8}{16} \quad \frac{24}{58} \mid \frac{37}{?}$$

۱۱. به جای علامت سوال، چه عددی باید قرار گیرد؟



شماره ۲

نکته: شلنی اعداد

عدد سرخ یا بزرگتر

حرکت قطری یا ستونی

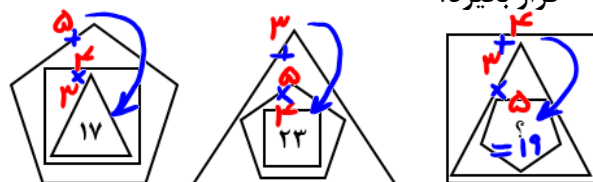
رند درون شکی - رند بدون شکی

۱۲. یک کارخانه تولیدی با قاعده‌ای

۱۰. بین اشکال و اعداد مربوط به هر شکل، ارتباط خاصی

برقرار است. به جای علامت سوال، کدام عدد باید

قرار بگیرد؟



شماره ۲

۲۱ (۱)

۲۳ (۲)

۱۹ (۳) ✓

۱۷ (۴)

نکته: چند صلیبی در نت خوش

تعداد اصغر  
تعداد بزرگتر  
تعداد هر دو

مدرمطلق

میانگین

تفاضل در عدد مجاور

ارتباط قطری یا ستونی

مجموع ارقام اعداد

ضرب نه تن

شلنی اعداد

رند شکی - بدون شکی

نکته: رند شکی و بدون شکی

رند شکی

ایران - a  
b

مجموع ارقام عدد a = b

ایران - ۲۴  
۸۱۳۵۷ (۱) ✓

ایران - ۱۹  
۸۳۵۲۱ (۲) ✗

ایران - ۲۴  
۳۹۷۴۱ (۳) ✗

ایران - ۲۱  
۴۳۷۲۵ (۴) ✗

نکته: مراحل حل یک مسئله از نوع "تشکیل معادله"

I - انتخاب مجهول (ات)

II - نوشتن معادله (ات)

\* جزوه استعداد تحصیلی دکتری (استاد امیر عرفانیان)

III - حل معادله یا دستگاه معادلات

تشکیل معادله

درصد

۱۵. فردی ۱۶ درصد از دارایی هایش را به همسرش و مابقی را بین دو پسر و سه دخترش تقسیم می کند (هر پسر دو برابر هر دختر، سهم می برد). مادر خانواده هم سهم خود را بین فرزندان با نسبت های عکس (هر دختر دو برابر هر پسر) تقسیم می کند. ~~بروگه~~ پسر، چند درصد بیشتر از ~~مادر~~ دریافت خواهد سهم برده است؟

$$\begin{aligned} 3x + 2 \times 2x &= 84 \\ 7x &= 84 \rightarrow x = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \times 2y + 2 \times y &= 16 \\ 8y &= 16 \rightarrow y = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{سهم هر پسر} &= 2x + y = 24\% + 2\% = 26\% \\ x + 2y &= 12\% + 4\% = 16\% \end{aligned}$$

|             |      |      |      |      |      |
|-------------|------|------|------|------|------|
| نیم شماره ۱ | گویی | قرمز | قرمز | قرمز | قرمز |
| ۲ : ۲       | سیاه | قرمز | قرمز | قرمز | قرمز |
| ۳ : ۳       | قرمز | سیاه | سیاه | سیاه | سیاه |
| ۴ : ۴       | قرمز | سیاه | قرمز | قرمز | قرمز |
| ۵ : ۵       | سیاه | قرمز | سیاه | سیاه | سیاه |
| ۶ : ۶       | سفید | سفید | سفید | سفید | سفید |

۱۳. شش کیسه که به شماره های ۱ تا ۶ شماره گذاری شده اند، در اختیار داریم. از این کیسه ها، یکی حاوی گوی های سفید، دو تا حاوی گوی های سیاه و سه تای حاوی گوی های قرمز هستند. اگر از کیسه شماره ۱، یک گوی، از کیسه شماره ۲، دو گوی، ... از کیسه شماره ۶، شش گوی خارج کنیم و مشاهده کنیم که ۶ گوی از یک رنگ ۷ گوی از رنگ دیگر و ۸ گوی از رنگ سوم هستند. رنگ گوی های چند کیسه به طور قطع مشخص می شود؟

- (۱) فقط چهار کیسه
- (۲) فقط دو کیسه
- (۳) فقط یک کیسه
- (۴) هیچ کیسه ای

سه حالت داریم

۱۴. سه نقاش قرار است اتفاقی را رنگ کنند. ابتدا ۱۰ دقیقه یک نقاش، سپس دو نقاش ۲۰ دقیقه و نهایتاً سه نقاش ۳۰ دقیقه کار می کنند و نقاشی اتاق را به پایان می رسانند. اگر دو نقاش، از ابتدا یک ساعت نقاشی می کردند، پس از یک ساعت، تقریباً چند درصد از حجم کار باقی می ماند؟

- (۱) ۱۶/۶
- (۲) ۸/۳
- (۳) ۱۴/۳
- (۴) صفر

۱۶/۳ : سری از اتاق که هر نقاش در هر ساعت زندگی کند.

$$1 \times \frac{1}{6} + x + 2 \times \frac{2}{6} + x + 3 \times \frac{3}{6} + x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{11} = \frac{3}{11}$$

۱۶/۳ : تقریباً

$$1 - 2 \times 1 \times x = 1 - 2 \times \frac{3}{11} = \frac{5}{11}$$

بازی با اعداد

۱۶. A عدد سه رقمی زوجی است که با ارقام ۱، ۲، ۴ و ۵ و B عدد سه رقمی است که با ارقام ۰، ۵، ۶ و ۷ ساخته شده است.

| ستون «الف»                                | ستون «ب»                                  |
|-------------------------------------------|-------------------------------------------|
| بزرگترین مقداری که A می تواند داشته باشد. | کوچکترین مقداری که B می تواند داشته باشد. |

بدون تکرار ارقام

$$542 < 504$$

با تکرار ارقام

$$554 < 500$$

نکته: توجه به پرسش آخر



نکته: سرعت

از رسم شکل استفاده کنید.

میانگین شده  $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  سرعت متوسط

نکته: هدف: معایب است و نه لزوماً نایب!

در سوال های معایب ای می

جزوه استعداد تحصیلی دکتری (استاد امیر عرفانیان)

ارقام عدد چند تا چند تا مجموع هر چند رقم متوالی برابر ... است

۱۷. در شکل زیر، دایره A روی محیط مربع کوچک (که

رئوس آن وسط اضلاع مربع بزرگ است)، و دایره B

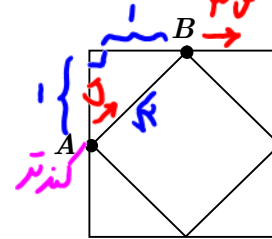
روی محیط مربع بزرگ با سرعت ۳ برابر A و در

جهت حرکت عقربه های ساعت، همزمان شروع به

دویدن می کنند. دایره ای که زودتر به نقطه شروعش

می رسد، تا رسیدن دایره دیگر به نقطه شروع خود،

استراحت می کند.



$\Delta t_A = \frac{4\sqrt{2}}{v} = 4\sqrt{2} \cdot \frac{1}{v}$

$\Delta t_B = \frac{4 \cdot 2}{3v} = \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{v}$

ستون «ب»

ستون «الف»

مدت زمانی که دایره

مدت زمانی که دایره

کندتر، نصف مسیری را

کندتر، نصف مسیری را

شروعش می رسد.

می پیماید

$\Delta t_A - \Delta t_B$

$\frac{1}{v} \Delta t_A$

$4\sqrt{2} \cdot \frac{1}{v} - \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{v}$

$\frac{1}{v} \cdot 4\sqrt{2} \cdot \frac{1}{v}$

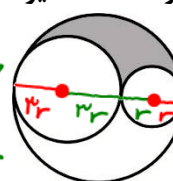
$2,9 \approx 4\sqrt{2} - \frac{8}{3}$

$2\sqrt{2} \approx 2,8$

۱۸. در شکل زیر، دو دایره از بیرون بر هم مماس و هر دو

بر یک دایره بزرگ تر، از داخل مماس هستند. مساحت

دایره متوسط، ۹ برابر مساحت دایره کوچک است.



ستون «ب»

ستون «الف»

نصف مساحت ناحیه

مساحت کوچکترین

هاشورخورده

دایره

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (\pi(4r)^2 - \pi(3r)^2 - \pi r^2)$

$1,5 \pi$

$\pi$

$1,5$

$1$

نکته: توجه به وارثان

نکته: میانگین ساده، وزندار

نکته: میانگین، هواره

نکته: میانگین خودی باشد

طبیعی

۲۱. a, b و c سه عدد صحیح مثبت می باشند به طوری که  $3a = 4b = 7c$

ستون «الف» ستون «ب»

کمترین مقدار برای  $a+b+c$   $= 61$

$$\min a+b+c = 28t + 21t + 12t = 61t \quad t=1 \Rightarrow 61$$

$$3a = 4b = 7c \Rightarrow a' = b' = c' = t$$

$$\left. \begin{array}{l} 3|a \xrightarrow{(3,1)=1} a \\ 4|a \xrightarrow{(4,1)=1} a \\ 7|a \xrightarrow{(7,1)=1} a \end{array} \right\} \rightarrow 42|a$$

$$a = 3 \times 7 \times a' = 21t$$

$$b = 4 \times 7 \times b' = 28t$$

$$c = 3 \times 4 \times c' = 12t$$

نکته: استفاده از رسم شکل، نمودار، جدول، محور...

۲۲. دو ظرف آب استوانه ای شکل شیشه ای کاملاً مشابه را که یکی پر است و دیگری تا نیمه آب دارد در نظر می گیریم. اگر از ظرف پر آب در هر دقیقه ۳ لیتر و از ظرف دیگر در هر دقیقه ۱ لیتر آب خارج شود، وقتی سطح آب در دو ظرف دقیقاً برابر شود چه کسری از آب اولیه از دو ظرف خارج شده است؟

|         |         |         |           |
|---------|---------|---------|-----------|
| ۱/۴ (۱) | ۱/۳ (۲) | ۱/۲ (۳) | ۲/۳ (۴) ✓ |
|---------|---------|---------|-----------|

آب خارج شده

$$V - 3A = \frac{1}{2}V - A \Rightarrow V = 4A$$

$$= \frac{3A + A}{V + \frac{1}{2}V} = \frac{4A}{\frac{3}{2}V} = \frac{2}{3}$$

دقت به پرسش آخر

ساده  $x_1, x_2, \dots, x_n$

وزندار  $x_1, x_2, \dots, x_n$

وزندار  $w_1, w_2, \dots, w_n$

وزندار  $w_1, w_2, \dots, w_n$

$$\bar{x} = \mu = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \mu = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

جزوه استعداد تحصیلی دکتری (استاد امیر عرفانیان)

میانگین وزندار

۲۳. میوه فروشی ۱۲۰ هندوانه که میانگین وزن آن ها ۳/۵ کیلوگرم است را به دو دسته مرغوب و غیر مرغوب که میانگین وزن دسته اول ۳/۹ کیلوگرم و میانگین وزن دسته دوم ۱/۵ کیلوگرم است، تقسیم می کند. اختلاف تعداد هندوانه های دو دسته، کدام است؟

$$= |x - y| = |100 - 20| = 80$$

نمی توان تعیین کرد.

۱۰۰ (۴)

غیر مرغوب مرغوب

$$x_1, x_2, \dots, x_n \quad 3.9 \text{ kg} \quad 1.5 \text{ kg} \quad 3.5 \text{ kg} = \bar{x}$$

$$x + y = 120$$

$$\mu = \frac{3.9 \times x + 1.5 \times y}{x + y} = 3.5$$

$$\begin{array}{l} \text{III} \\ \text{حل} \\ x = 100 \\ y = 20 \end{array}$$

۲۴. علی و رضا در یک آزمون زبان شرکت می کنند. علی با کسب ۶۰ درصد نمره کل، ۱۳ نمره بیش تر از نمره حد نصاب قبولی را می آورد. رضا با کسب ۴۰ درصد نمره کل، ۱۱ نمره برای گرفتن نمره حد نصاب آزمون کم می آورد. نمره حد نصاب برای گذراندن این آزمون چند بوده است؟

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad y = ? \\ \text{II} \\ \text{III} \end{array}$$

$$\begin{cases} 90\% x = y + 13 \\ 40\% x = y - 11 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 120, y = 59$$

تفیل معادله

I - ...

II - ...

III - ...

رسم شکل



پر ۳A

نیم پر A

آب خارج شده



جزوه استعداد تحصیلی دکتری (استاد امیر عرفانیان)

$$\frac{7}{8}A = 90\%B \rightarrow B = \frac{10}{9} \times \frac{7}{8}A = \frac{35}{36}A$$

۲۵. وزن جسم A، برابر ۹۰ درصد وزن جسم B است.

ستون «الف»      ①      ستون «ب»

میانگین وزن اجسام A و B      ۹۰ درصد وزن جسم A

$$\frac{90\%(A)}{2} \quad \text{①} \quad \frac{(A) + B}{2} \quad \leftarrow \frac{35}{36}A$$

$$\frac{9}{10}A \quad \text{①} \quad \frac{1 + \frac{35}{36}}{2}A$$

$$\frac{9}{10} \quad \text{⑤} \quad \frac{71}{72}$$

جبر