

نکته: نوشتن عدد با توجه به ارزش مکانی آن

* بخش پذیری و قضیه اقلیت تقسیم زوج و فرد بودن

نظریه اعداد و مباحث مرتبط با اعداد

دوره درس و تست GMAT

$$\overline{ab} = 10a + b$$

$$\overline{xyz} = 100x + 10y + z$$

$$\overline{5x7y} = 5070 + 100x + y$$

مبحث «نظریه اعداد»

$a \equiv b \pmod{m}$ به بیان m هم تنه ، $a \equiv b \pmod{m}$ در تقسیم بر m هم باقی مانده اند.

نکته: بهمان یا هفت...

مثال بخش پذیری

ضرب بهمان = ضرب

عدد = باقی مانده تقسیم

عدد بر بهمان

❖ بخش پذیری و رقم از ده تا ۹

۱- عدد شش رقمی ۴۲۵۳۲۱ مفروض است.

الف) x چه مقداری داشته باشد تا این عدد بر ۳ بخش پذیر باشد؟

ب) x چه مقداری داشته باشد تا این عدد بر ۴ بخش پذیر باشد؟

پ) x چه مقداری داشته باشد تا این عدد بر ۶ بخش پذیر باشد؟

ت) x چه مقداری داشته باشد تا این عدد بر ۷ بخش پذیر باشد؟

ث) x چه مقداری داشته باشد تا این عدد بر ۸ بخش پذیر باشد؟

ج) x چه مقداری داشته باشد تا این عدد بر ۹ بخش پذیر باشد؟

چ) x چه مقداری داشته باشد تا این عدد بر ۱۱ بخش پذیر باشد؟

ح) x چه مقداری داشته باشد تا این عدد بر ۱۵ بخش پذیر باشد؟

ب) x هر رقم از ده تا ۹ می تواند باشد $\Rightarrow x = 2, 5, 8$

۲) $\overline{425x32}$

$$\overline{425x32} - 425000 = 100x + 32 - 425000$$

$$= 100x - 1$$

x	100x - 1
0	-1
1	99
2	199
3	299
4	399
5	499
6	599
7	699
8	799
9	899

ج) $\overline{425x32} = 100x + 32$

$\Rightarrow x = 2$

چ) $\overline{425x32} = 100x + 32$

$\Rightarrow x = 8$

نوشتن عدد با توجه به ارزش مکانی آن

۹؟ بهمان

ارزش اول

۲- اگر x و y اعداد صحیح بین ۱۰ و ۹۹ (شامل ۱۰ و ۹۹) باشند، آیا $\frac{x-y}{9}$ یک عدد صحیح است؟

(I) دو رقم تشکیل دهنده x و y یکی بوده، ولی ترتیب آنها عکس یکدیگر است. $\checkmark$ بله قطعی

(II) رقم دهگان x از رقم یکان آن ۲ تا بیشتر بوده و رقم دهگان y از رقم یکان آن ۲ تا کمتر است. $\times$

۱

۱) $\begin{cases} x = \overline{ab} \\ y = \overline{ba} \end{cases} \Rightarrow x - y = \overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - (10b + a) = 9a - 9b = 9(a - b)$

۲) $\begin{cases} x = \overline{(a+2)a} \\ y = \overline{(b-2)b} \end{cases} \Rightarrow x - y = \overline{(a+2)a} - \overline{(b-2)b} = 10(a+2) + a - [10(b-2) + b] = 11a - 11b + 20 = 11(a - b + 2)$

نکته: به حرف هم در حضور حرف اول بخش پذیری اول

در یافتن باقی مانده تقسیم در

روش دوم:

مجموع ارقام عدد = خود عدد

در رقم سمت راست عدد = خود عدد

رقم اول منهای دوم به علاوه سوم = خود عدد

Nogamcenter Nogammath

در مثال بنویس که به در جواب مختلف هم شود!

از a تا b : شامل a و b هم میشه
 بین a و b : شامل a و b نمیشه



۳- احتمال اینکه یک عدد شش رقمی به صورت $\overline{abcabc}$ ، عددی اول باشد، چقدر است؟

۴ صفر (X)

۳ $\frac{49}{900}$

۲ $\frac{360}{900}$

۱ $\frac{123}{1800}$

$$\begin{array}{r} \overline{abcabc} \\ - \quad + \\ \hline \end{array}$$

عدد مذکور بر ۷ و ۱۳ بخشپذیر $\Rightarrow \overline{abc} - \overline{abc} = 0$

$$\begin{array}{r} \overline{abcabc} \\ - + - + - + \\ \hline \end{array}$$

عدد مذکور بر ۱۱ بخشپذیر $\Rightarrow a - b + a - c + b - a = 0$

$$\overline{abcabc} = \overbrace{abc + 1000abc}^{\text{تکلیف}} = 1001abc = 7 \times 11 \times 13 \times abc$$

$7 \times 11 \times 13$

۴- آیا k مضرب ۴۰ است؟
 بله، خیر
 بله یا خیر

$\left. \begin{array}{l} 4 | k \\ 10 | k \end{array} \right\} \leftarrow [4, 10] | k \rightarrow 20$

$k = 4, 8, 12, 16, 20, 24, \dots$ (I X) k مضرب ۴ است. بله، خیر

$k = 10, 20, 30, 40, 50, 60, \dots$ (II X) k مضرب ۱۰ است. بله، خیر

۴-۲: آیا k مضرب ۲۰ است؟ بله، قطعی

(I X) k مضرب ۴ است. بله یا خیر

(II X) k مضرب ۱۰ است. بله یا خیر

۴-۳: آیا k مضرب ۲۰ است؟ بله، قطعی

$$\left\{ \begin{array}{l} 5 | k \\ 8 | k \end{array} \right. \xrightarrow{(5, 8) = 1} 40 | k$$

(I X) k مضرب ۵ است. بله یا خیر

(II X) k مضرب ۸ است. بله یا خیر

عدد $ababab$ بر چه اعدادی بخش پذیر است؟

$\overline{ababab} = \overline{ab} + 100\overline{ab} + 10000\overline{ab} = 10101\overline{ab} = 3 \times 3367\overline{ab} = 3 \times 7 \times 13 \times 37 \times \overline{ab}$

دوره درس و تست GMAT $3 \times 7 \times 13 \times 37$

استاد عرفانیان

۴-۴: آیا k مضرب ۸۰ است؟ بلم یا خیر

$\begin{cases} 5|k \\ 8|k \end{cases} \xrightarrow{(5,8)=1} 40|k$

(I x) k مضرب ۵ است. بلم یا خیر
(II x) k مضرب ۸ است. بلم یا خیر

(۱۴) x

۵-۴: آیا k مضرب ۴۰ است؟

درنگته نقری در بخش پذیری:
 $\begin{cases} b|a \\ c|b \end{cases} \rightarrow c|a$

(I ✓) k مضرب ۸۰ است. بلم قطعی
(II x) k مضرب ۸ است. بلم یا خیر

(۱)

۶-۴: آیا k مضرب ۲۰ است؟ بلم قطعی

(I x) k مضرب ۵ است. بلم یا خیر
(II x) k مضرب ۸ است. بلم یا خیر

(۲) ✓

۷-۴: آیا k مضرب ۴۰ است؟

(I x) k مضرب ۵ است. بلم یا خیر
(II ✓) k مضرب ۸ نیست. k قطعاً مضرب ۴۰ نیست. ← خیر قطعی

(۱)

۸-۴: آیا k مضرب ۲۰ است؟

در مثال بنزید که به دو جواب مختلف شود...

(I x) k مضرب ۵ است. $k = ۵, ۲۰$
(II x) k مضرب ۸ نیست. k ← ممکن است مضرب ۲۰ باشد یا نباشد $k = ۳, ۲۰$

(۱۴) x

هر دو داده با هم: $k = ۵, ۲۰$

۱-۵: آیا x بر ۳۵ بخش پذیر است؟

(I x) x بر ۲۱ بخش پذیر است. $۳ \times ۷ = ۲۱ | x$ و $۵ | x$
(II x) رقم یکان x صفر است. $۲ \times ۵ = ۱۰ | x$ و $۷ | x$

(۲) ✓

$$S = \frac{\overline{aaa}}{a+a+a} = \frac{a+10a+100a}{3a} = \frac{111}{3} = 37$$



۲-۵: $\overline{111} \mid x$ ؟ $35 \mid x$
 (I) $x \mid 21$ $3 \times 7 = 21$
 (II) x رقم یکان x ، است ۵ است. $5 \mid x$
 $7 \mid x$
 $x = 21, 105$
 $x = 5, 35$

۳-۵: $\overline{111} \mid x$ ؟ $35 \mid x$
 (I) $x \mid 21$
 (II) x رقم یکان x ، است ۳ است. $35 \mid x \leftarrow 5 \mid x$
 دقیقاً مانند داده ۲، وزن ۷، سوال ۴

۴-۵: $\overline{111} \mid x$ ؟ $35 \mid x$
 (I) $x \mid 21$ $3 \times 7 = 21$
 (II) x رقم یکان x ، صفر نیست. $5 \mid x \leftarrow$
 $x = 35, 34$
 $x = 21, 105$
 هر دو داده با هم :

۶- در یک کلاس، تعداد دختران ۵ برابر تعداد پسران و تعداد افراد بالای ۲۰ سال، سه برابر تعداد افراد زیر ۲۰ سال می باشد. کدام گزینه نمی تواند نشان دهنده تعداد دانشجویان این کلاس باشد؟

۱۲ | ۱۲۰ (۱) x ۱۲ | ۲۱۶ (۲) x ۱۲ | ۲۵۸ (۳) ✓ n ۱۲ | ۳۸۴ (۴) x

	زیر ۲۰ سال	بالای ۲۰ سال	مجموع
دختر			۵x
پسر			x
مجموع	۳y	y	۹x = ۴y

$$n = 9x = 4y$$

تقسیم هم
 $\begin{cases} 9 \mid n \\ 4 \mid n \end{cases} \rightarrow [9, 4] \mid n$
 $12 = 3 \times 4$



سے چه زمانے باوجود اینکه هم مطالب را در حضور ...
 I - بازے فرایب
 II - پارامتریک شدن
 III -



۷- X, m و n سه عدد طبیعی می باشند. آیا X بر حاصلضرب m و n بخش پذیر است؟

(I $\times$) X هم بر m و هم بر n بخش پذیر است.

(II $\times$) m بر n بخش پذیر است. **ملاحظه: چیزی ننگه!**

$m, n \mid X$ ؟

۱) $\begin{cases} m \mid X \\ n \mid X \end{cases} \rightarrow [m, n] \mid X$
 بزرگترین عددی است که X بر آن بخش پذیر است.

۲) $n \mid m$

$n \mid m \mid X \xrightarrow{?} m \times n \mid X$

$1, 2, 2 \mid 1, 2, 4$
 $2, 2, 2 \mid 2, 4, 4$

$2 \mid 10 \mid 40$
 $5 \mid 10 \mid 40$

$2 \times 10 \mid 40$
 $5 \times 10 \mid 40$

بله
خیر

در مثال نبرند که ...

۸- اگر n ، کوچکترین عدد طبیعی باشد که بر اعداد ۲، ۳، ۷، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۱ و ۲۸ بخش پذیر است، رقم

صدگان n چقدر خواهد بود؟

۸ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲) ✓

۲ (۱)

$[2, 3, 7, 10, 15, 20, 21, 28] \mid n \Rightarrow n = 420$

$2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1$
 420





۹- p و q دو عدد اول می باشند به طوری که $5p + 7q = 109$ ، مقدار p چقدر است؟

۱۹ (۴) ✓

۱۳ (۳)

۱۱ (۲)

۷ (۱)

روش اول: امتحان گزینه ۲ در رد گزینه

روش دوم:

$$5p + 7q = 109$$

یک فرد در دیگری زوج

معماری ۱

$$\begin{cases} 5p \text{ فرد} \\ 7q \text{ زوج} \end{cases} \xrightarrow{q \text{ اول}} q=2 \rightarrow 5p=95 \rightarrow p=19$$

معماری ۲

$$\begin{cases} 5p \text{ زوج} \\ 7q \text{ فرد} \end{cases} \xrightarrow{p \text{ اول}} p=2 \rightarrow 7q=99 \rightarrow q=\frac{99}{7} \text{ غلط}$$

۱۰- عدد دو رقمی X که حاصل ضرب سه عدد اول و متمایز، به صورت abc می باشد، چند است؟

(I) X بر ۱۵ بخش پذیر است. ✓

(II) حاصل جمع اعداد اولی که X از حاصل ضرب آنها تشکیل شده است، ۱۰ می باشد. ✓

(۳)

$$X = p \times q \times r \quad p, q, r \text{ اول متمایز}$$

$$1) \quad X = 3 \times 5 \times ? \quad \begin{matrix} 2 \rightarrow X=30 \\ 7 \rightarrow X=105 \end{matrix} \quad \text{غلط}$$

۱۱
۱۳
۱۵
۱۷
۱۹
۲۱
۲۳
۲۵
۲۷
۲۹
۳۱
۳۳
۳۵
۳۷
۳۹
۴۱
۴۳
۴۵
۴۷
۴۹
۵۱
۵۳
۵۵
۵۷
۵۹
۶۱
۶۳
۶۵
۶۷
۶۹
۷۱
۷۳
۷۵
۷۷
۷۹
۸۱
۸۳
۸۵
۸۷
۸۹
۹۱
۹۳
۹۵
۹۷
۹۹

نکته: اطلاعات ارائه شده در صورت خود سوال

$$2) \quad p + q + r = 10$$

$$\{p, q, r\} \equiv \{2, 3, 5\}$$



۱۱- آیا n مقسوم علیه ۳۶ است؟

(I) n یک عدد اول تک رقمی است. خیر

(II) $n-2$ و $n+2$ اول می باشند. خیر

هر دو داده با هم :

اول $n-2, n, n+2$
 $3, 5, 7$

$n = 4, 3, (5), 2$
 خیر قطعی

❖ قضیه الگوریتم تقسیم

$n = 101, \dots, 119$ طول = 19

۱۲- اگر $100 < n < 120$ باشد، مقدار n چقدر است؟

(I) اگر n را بر ۴ تقسیم کنیم، باقیمانده ۳ خواهیم داشت. ✓

(II) اگر $n-2$ را بر ۵ تقسیم کنیم، باقیمانده نخواهیم داشت. ✓

$\frac{19}{4} = 4, \dots \Rightarrow$ ۴ یا ۵ تکرار

۱) $n = 4k + 3 \Rightarrow n = 103, 107, 111, 115, 119$ مقدار ۵

۲) $n-2 = 5k' \Rightarrow n = 5k' + 2 \Rightarrow n = 102, 107, 112, 117$ مقدار ۴

$\frac{19}{5} = 3, \dots \Rightarrow$ ۳ یا ۴ مقدار مختلف

نیازی به مابقیه ۳ نمی باشد!

۳) $\begin{cases} n = 4k + 3 \\ n = 5k' + 2 \end{cases} \xrightarrow{(4, 5)=1} n = (4 \times 5)k'' + r = 20k'' + 7$

$\frac{19}{20} = 0, \dots \Rightarrow$ ۱۹ یا ۳۹ مقدار مختلف



II

۱۳- باقی مانده تقسیم عدد ۳۰ بر x برابر y می باشد. x چند است؟

$$30 = x \times q + y$$

$$30 = 2 \times 15 + 0 \quad \text{غلط}$$

$$x = 2, 3, \dots$$

(I) x عددی اول و y مضرب ۲ می باشد.

$$30 = 3 \times 10 + 0 \quad \text{غلط}$$

$$x = 3, 5, \dots$$

(II) x عددی فرد و y مضرب ۴ می باشد.

$$30 = 5 \times 6 + 0 \quad \text{غلط}$$

$$x = 7, 11, \dots$$

$$30 = 7 \times 4 + 2$$

$$x = 11, 13, \dots$$

$$\begin{cases} 30 = 11 \times 2 + 8 \\ 30 = 13 \times 2 + 4 \end{cases}$$

نکته: معادله های خطی

$$\begin{matrix} 3 & | & 15 \\ 7 & \nmid & 14 \end{matrix} \quad b | a$$

نکته: چند رابطه خطی

$$\pm 1 | a$$

$$a | 0 \quad a \neq 0$$

$$\pm a | \pm a \quad a \neq 0$$

b معوم علیه a است.

b فاکتور یا شمارنده a است.

b عادی کند a را.

a مضرب b است.

b می شمارد a را.

$$s, t \in \mathbb{N}$$

۱۴- اگر s و t اعداد صحیح مثبتی باشند، به طوری که $\frac{s}{t} = 64/12$ آنگاه کدام یک از اعداد زیر می تواند

باقی مانده تقسیم s بر t باشد؟

$$45 \quad (4 \checkmark) \quad +$$

$$20 \quad (2)$$

$$8 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

$$s = t \times q + r, \quad 0 < r < t$$

$$\frac{s}{t} = q + \frac{r}{t}, \quad 0 < \frac{r}{t} < 1$$

$$64/12 = q + \frac{r}{12}$$

$$\frac{r}{12} = 0/12, \quad q = 64$$

$$\frac{r}{12} = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$$

$$25r = 3t \Rightarrow 3 | 25r$$

$$25r = 3t \Rightarrow 25 | 3t$$

I - عدم تخصیص نیت سوال

II - باز به ضرایب

III - پارامتر یک بودن سوال

IV - از اول، انتفا در درم

تا آخرش به بدرش!

نکته: لم اتمیس

$$c | a \times b \xrightarrow{(a,c)=1} c | b$$

$$(25, 3) = 1 \Rightarrow 3 | r$$

$$(25, 3) = 1 \Rightarrow 25 | t$$





۱۵- اگر استادی دانشجویان کلاس n خود را برای انجام پروژه‌های تحقیقاتی به گروه‌های پنج نفری تقسیم کند،

$$n = 5k + r, \quad r = 0, 1, 2, 3, 4$$

نهایتاً چند دانشجو باقی می‌ماند؟

(I) اگر استاد، دانشجویان کلاس را به گروه‌های هفت نفری تقسیم کند، به اندازه نصف تعداد گروه‌ها، دانشجو باقی می‌ماند.

(II) اگر استاد، دانشجویان کلاس را به گروه‌های هشت نفری تقسیم کند، به اندازه ثلث تعداد گروه‌ها، دانشجو باقی می‌ماند.

$$1) \quad n = 5k' + \frac{k'}{2} \Rightarrow n = 10\frac{k'}{2} \Rightarrow 2n = 10k' \Rightarrow 10 \mid 2n \Rightarrow 5 \mid n$$

$$5 \mid n, \quad r = 0$$

$$2) \quad n = 8k'' + \frac{k''}{3} \Rightarrow n = 25\frac{k''}{3} \Rightarrow 3n = 25k'' \Rightarrow 25 \mid 3n \Rightarrow 25 \mid n$$

❖ زوج و فرد بودن

۱۶- اگر a, b و c سه عدد طبیعی باشند، آیا $(a^2 + b + c)$ یک عدد فرد است؟

(I) فقط یکی از اعداد a و b و c فرد است.

(II) $b + c$ زوج است.

حالت ۳

a	b	c	$ab + c$
ف	ز	ز	ز
ف	ز	ف	ز
ف	ف	ز	ز
ف	ف	ف	ف

هر دو داده با هم:

c, b ، هر دو زوج اند، a فرد است.

حالت ۴

a	b	c	$ab + c$
ف	ز	ز	ز
ف	ز	ف	ز
ف	ف	ز	ز
ف	ف	ف	ف





دسته زوج و فرد بودن x و y

۱۷- از دو عدد صحیح x و y ، کدام یک فرد و کدام یک زوج است؟

- (I) $x^2 y^2$ زوج و عدد $\frac{x^2}{y^2}$ نیز زوج است. $\left(\frac{x}{y}\right)^2$ ← از میان x و y، حداقل یکی زوج است، $\frac{x}{y}$ زوج است.
- (II) $x^2 + y^2$ عددی فرد است. ← $x + y$ فرد است.

$$\frac{x}{y} = 2k$$

x ، زوج است
؟ y

از میان x و y، یکی فرد و دیگری زوج است...

نکته: به تنهایی کاربرد در خصوص مثال زوج و فرد بودن

تمام اعداد موجود در ساله، صحیح باشند:

✓ + - فرقی با هم ندارند!

✓ توان هم نیست.

✓ ضرب فرد ← ۱

✓ ضرب زوج ← ۰

II ؟

(I) $x^2 + y^2$ زوج است.

(II) $x^2 + y^2$ فرد است. ← $x + y$ فرد است.

III ؟

(I) $x^2 + y^2$ زوج است.

(II) $x^2 + y^2$ فرد است. ← $x + y$ زوج است.

۱۸- m ، n و p سه عدد صحیح هستند. آیا $m + n$ زوج است؟

- (I) $m + n + p$ فرد است. ← $m + n$ فرد است. **مطلوبه**
- (II) $mn + np + m$ فرد است. ← $n \times p + m$ فرد است. **مطلوبه**

نکته: در تمام مثال بزنند که ...

مثال زدن

$m + n$ زوج است. $f + f = f$ " " $f + f = f$ " " $f + f = f$ " " $f + f = f$ " " $f + f = f$ " "



۱۹- a ، b و c اعداد صحیح می‌باشند. آیا $a + b + c$ عددی فرد است؟

$$b + c$$

(I) $b + c$ عددی فرد است. بله، قطعی

(II) $a + b$ عددی زوج است. بله، قطعی

$$a$$



۲۰- m یک عدد صحیح است. آیا m فرد است؟

$$\frac{m}{2}$$

(I) $\frac{m}{2}$ زوج نیست. بله، قطعی

(II) $m - 3$ زوج است. بله، قطعی

$$m - 3 = 2k$$

$$m = 2k + 3$$

نکته: به نکته در خصوص زوج و فرد بودن!

$a \in \mathbb{Z}$ ، $3a$ فرد است $\leftarrow$ a فرد است

$$3a = 2k + 1 \Rightarrow a = \frac{2k + 1}{3} \leftarrow \frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \dots$$

$a \in \mathbb{N}$ ، a^2 زوج است $\leftarrow$ a زوج است

$$a^2 = 2k \Rightarrow a = \sqrt{2k} \leftarrow \sqrt{2}, \sqrt{6}, \sqrt{18}, \dots$$

$a \in \mathbb{Z}$ ، $5a$ زوج است $\leftarrow$ a زوج است

$$5a = 2k \Rightarrow a = \frac{2k}{5} \leftarrow \frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \dots$$

$a \in \mathbb{Z}$ ، $4a$ زوج است $\leftarrow$ a زوج است

$$4a = 2k \Rightarrow a = \frac{2k}{4} = \frac{k}{2} \leftarrow \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$$



۲۱- برای انتخاب بازیکنان تیم فوتبال نوجوانان استان، x تا از شهرهای استان انتخاب شدند، از هر شهر y تا

مدرسه انتخاب شد و از هر مدرسه نیز Z دانش آموز مورد تست قرار گرفتند. آیا X زوج است؟

✓ I) تعداد دانش آموزانی که مورد تست قرار گرفتند، ~~فرا~~ ^{خبر} ^{مقطعی} است.

✓ II) تعداد مدرسه‌های انتخاب شده، فرد است.

نکته: آیا سوال باندی یا دو حالت؟

۲) فرد $x \times y$ → فرد x ؟
 ارزش عددی یا علامت عبارت $0, -, +, \dots$ ؟
 سوال سه ها نه
 علامت مختصر

آیا x از y بزرگتر است؟ آیا y از x بزرگتر است؟ آیا $y = x$ است؟ x بزرگتر یا y ؟

✓ x ✓ حنجر ✓ حنجر ✓ بله واقعی x > y (1)

$x = x$ (درواز) x نه خبر $\checkmark$ خبر x نه خبر $x \geq y$ (۲)

✓ = ✓ بله ✓ خیر ✓ خبر معنی $x=y$ (۳)

✓ y ✓ یا ✓ نه ✓ یا $x > y$ (x

$x \leq y$ (صحيح) $\checkmark$ بله، خنجر $\times$ نه، خنجر $\times$ $=$ ψ $\times$

$|x\rangle|y\rangle$ خطه خنجر X نام، خنجر X ✓ خنجر ✓

$\checkmark$ $-4 \leq y$ $\times$ نام، غیر $\times$ نام، غیر $\times$ نام، غیر $|x| = |y|$ ($\checkmark$)

~ خواب