



آزمون فرض آماری:

اگر یکی از پارامترهای جامعه از روش سرشماری به دست آید نیازی به آزمودن آن نیست در غیر این صورت ادعاهایی درباره آن مطرح می شود که باید از طریق نمونه گیری مورد آزمون قرار گیرد.

فرض آماری: یک فرض آماری عبارت از یک ادعا یا یک گزاره در مورد جمعیت یا در مورد پارامتر توزیع جمعیت است.

فرض ساده: اگر توزیع آماری تحت فرض آماری کاملاً مشخص شود، گوییم یک فرض ساده داریم.

فرض مرکب: اگر توزیع جمعیت تحت فرض آماری کاملاً مشخص نشود، گوییم یک فرض مرکب داریم.

از دو فرضی که در یک مسأله آزمون فرض مطرح می شود یکی را فرض صفر یا خنثی نامیده و آن را با H_0 نمایش داده و دیگری را فرض مقابل گفته و آن را با H_1 نشان می دهند. بنابراین:

- هر آزمون آماری باید شامل دو فرض مکمل هم باشد.

- لزومی به این که فرض ادعایی حتماً در فرض صفر جای گیرد نیست و با توجه به نوع مسأله ممکن است در فرض مقابل قرار گیرد. بنابراین، گاهی فرض صفر بر ادعای اصلی منطبق است و گاهی منطبق بر نقیض ادای اصلی است.
- در اجرای یک آزمون فرض آماری، همواره فرض صفر را آزمون می کنیم بنابراین فرض صفر باید آزمون پذیر باشد لذا فرضی که در برگیرنده تساوی است همیشه فرض صفر نامیده می شود. بنابراین فرض صفر همواره شامل یکی از علائم $=$ ، $\leq$ یا $\geq$ است.





تمرین: در هر حالت H_0 و H_1 را تعیین کنید.

(الف) میانگین سن استادان دانشگاه بیشتر از ۳۰ سال است.

(ب) میانگین IQ دانشجویان دانشگاه حداقل ۱۰۰ است.

(ج) میانگین هزینه ماهانه نگهداری یک اتومبیل ۵۰۰/۰۰۰ ریال است.

$$(الف) \quad \mu > 30 \quad \mu < 30 \Rightarrow \begin{cases} H_0: \mu < 30 \\ H_1: \mu > 30 \end{cases}$$

$$(ب) \quad \mu \geq 100 \quad \mu < 100 \Rightarrow \begin{cases} H_0: \mu \geq 100 \\ H_1: \mu < 100 \end{cases}$$

$$(ج) \quad \mu = 500,000 \quad \mu \neq 500,000 \Rightarrow \begin{cases} H_0: \mu = 500,000 \\ H_1: \mu \neq 500,000 \end{cases}$$



تمرین: فروشندگی ادعا کرده است که بیش از ۶۰ درصد تولیدات او حداقل ۲۰ سال عمر می‌کند. فرضیه‌های آماری برای آزمون ادعا او کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \left\{ \begin{array}{l} H_0: \tilde{P} < 60\% \\ H_1: \tilde{P} \geq 60\% \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} H_0: \tilde{P} \geq 60\% \\ H_1: \tilde{P} < 60\% \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} H_0: \tilde{P} \leq 60\% \\ H_1: \tilde{P} > 60\% \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} H_0: \tilde{P} > 60\% \\ H_1: \tilde{P} \leq 60\% \end{array} \right. \end{array}$$

د $P > 60\%$, $P < 60\% \Rightarrow \begin{cases} H_0: P \leq 60\% \\ H_1: P > 60\% \end{cases}$



تمرین: کدام عبارت در مورد H_1 و H_0 صحیح نیست؟

(۱) H_1 و H_0 نقیض یکدیگرند. (درست) ✓ (۲) همواره ادعا در H_1 قرار می‌گیرد.

(۳) در H_0 همواره باید $=$ یا $\leq$ یا $\geq$ قرار گیرد. (درست) (۴) فرض بر درستی H_0 است مگر خلاف آن ثابت شود. (درست)





تمرین: یک تولیدکننده لامپ روشنایی ادعا کرده است که میانگین عمر کالای وی از ۱۰۰۰ ساعت بیشتر است با سخت‌گیری نسبت به ادعای مزبور یک آزمون فرض انجام می‌شود. گزینه صحیح کدام است؟

$$H_0: \mu \geq 1000 \text{ و } H_1: \mu < 1000 \quad (2)$$

$$H_0: \mu = 1000 \text{ و } H_1: \mu \neq 1000 \quad (1)$$

$$H_0: \mu > 1000 \text{ و } H_1: \mu \leq 1000 \quad (X)$$

$$H_0: \mu \leq 1000 \text{ و } H_1: \mu > 1000 \quad (3) \checkmark$$

$$\text{حل: } \mu > 1000 \quad \mu < 1000$$

$$\begin{cases} H_0: \mu \leq 1000 \\ H_1: \mu > 1000 \end{cases}$$



تمرین: (دکتری - ۹۶) تحقیقی در خصوص سبک رهبری (رابطه‌مداری - وظیفه‌مداری) در دست برنامه‌ریزی است.

ادعا شده است که اکثر مدیران سازمان دارای سبک رابطه‌مداری هستند. H_0 کدام است؟

$$P \geq 0.50 \quad (۴)$$

$$P \leq 0.50 \quad (۳) \quad \checkmark$$

$$P = 0.50 \quad (۲)$$

$$P < 0.50 \quad (۱)$$

بسیار ۵۰٪

$$P > 50\%$$

$$P < 50\%$$



انواع خطاها:

در انجام یک آزمون، همواره باید تصمیمی درباره رد یا قبول فرض H_0 گرفته شود. بنابراین بر مبنای تصمیمی که در مورد رد یا قبول H_0 می‌گیریم همواره ممکن است خطایی رخ دهد.

خطای نوع اول:

(H_0 درست باشد | H_1 را رد کنیم) $= P$ (رد کردن فرض درست) $= \alpha = P$

خطای نوع دوم:

(H_0 نادرست باشد | H_0 را قبول کنیم) $= P$ (قبول کردن فرض نادرست) $= \beta = P$

(H_1 درست باشد | H_0 را قبول کنیم) $= P$

تصمیم		
رد کردن H_0	پذیرش H_0	واقعیت
خطای نوع اول α	سفع امنیان	H_0 درست
توان آزمون	خطای نوع دوم β	H_0 نادرست

(H_0 درست باشد | پذیرش H_0) $= P(1 - \alpha) = 1 - \alpha =$ سفع امنیان

(H_0 نادرست باشد | پذیرش H_0) $= P(1 - \beta) = 1 - \beta =$ توان آزمون

H_0 درست (نوع اول) α

H_0 نادرست (نوع دوم) β





تمرین: (دکتری - ۹۵) جدول روبه‌رو، که در مورد خطای نوع اول (α) و دوم (β) است، کدام گزینه درست است؟

	تصمیم	
واقعیت	H. رد کردن	H. پذیرفتن
H. درست است.	a	b
H. نادرست است.	c	d

۲) a: خطای نوع اول، d: خطای نوع دوم ✓

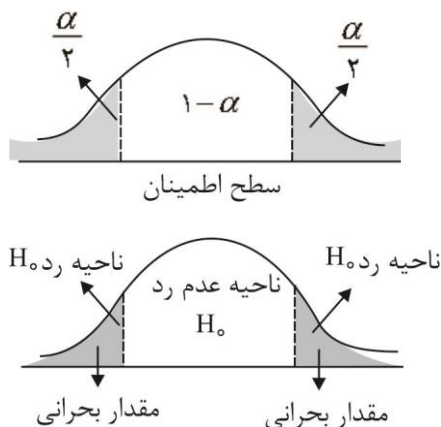
۴) b: خطای نوع اول، d: خطای نوع دوم ✗

۱) a: خطای نوع دوم، d: خطای نوع اول

۳) a: خطای نوع دوم، c: خطای نوع اول ✗

سطح معنی دار:

وقتی یک آزمون فرضیه در سطح معنی دار α بررسی می شود یعنی حداکثر α درصد احتمال دارد که H_0 رد و حداقل $(1-\alpha)$ درصد احتمال دارد که H_0 پذیرفته شود.



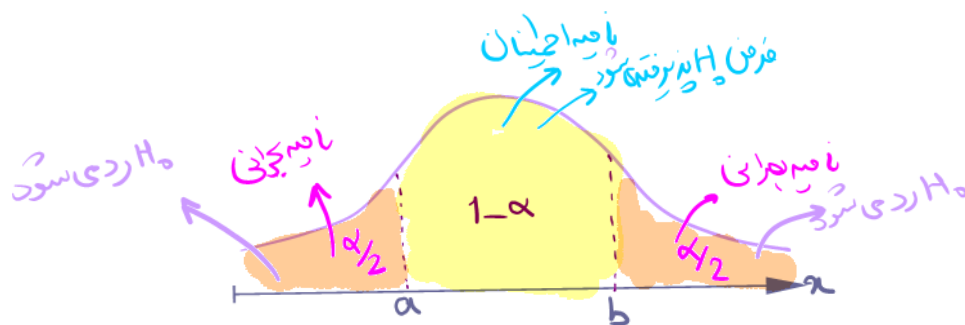
(فرض H_0 درست باشد | پذیرفتن فرض H_0) $= P(H_0 \text{ درست}) = 1-\alpha$

مقدار $1-\alpha$ را سطح اطمینان آزمون می نامند.

توان آزمون

(فرض H_0 نادرست باشد | رد کردن فرض H_0) $= P(H_0 \text{ نادرست}) = 1-\beta$

مقدار $1-\beta$ را معمولاً با β^* نشان داده و به آن توان آزمون می گویند.



$$\begin{aligned}
 & (H_0 \text{ درست} | H_0 \text{ پذیرفتن}) = P(H_0 \text{ پذیرفتن} | H_0 \text{ درست}) = 1-\alpha = \text{سطح اطمینان} \\
 & \text{توان آزمون} = 1-\beta \\
 & \text{ناحیه رد} = \alpha
 \end{aligned}$$



نکات مهم

- ۱- در صورتی که اندازه نمونه ثابت باشد، بین α و β رابطه معکوس وجود دارد یعنی کاهش هر کدام از آنها باعث افزایش دیگری می شود و برعکس.
- ۲- خطای نوع اول (α) و توان آزمون ($\beta^* = 1 - \beta$) رابطه مستقیم دارند.
- ۳- خطای نوع دوم (β) و توان آزمون ($\beta^* = 1 - \beta$) رابطه معکوس دارند.
- ۴- لزوماً مجموع α و β مساوی یک نیست.
- ۵- اگر حجم نمونه را افزایش دهیم هر دو نوع خطای α و β کاهش می یابد.
- ۶- هرچه اختلاف بین مقدار پیشنهادی در H_0 و مقدار واقعی پارامتر جامعه بیشتر باشد، توان آزمون (رد فرض H_0) بیشتر می شود.

خطای نوع دوم = β توان آزمون = $\beta^* = 1 - \beta$ $\beta \uparrow$ $\beta^* \downarrow$ $\beta \downarrow$ $\beta^* \uparrow$
 $\beta = 20\% \rightarrow \beta^* = 80\%$
 $\beta = 40\% \rightarrow \beta^* = 60\%$
خطای نوع اول = α سطح اطمینان = $1 - \alpha$ H_0 قبولی شود = $1 - \alpha$ = سطح اطمینان H_0 ردی شود = α = سطح خطا

α و β رابطه معکوس $\Rightarrow \alpha$ و β خطای سفت

β و β^* رابطه معکوس $\Rightarrow \beta$ و β^* معمم هستند

α و β^* رابطه مستقیم $\Rightarrow 1 - \beta$



تمرین: (دکتری - ۹۰) با یکسان در نظر گرفتن سایر شرایط، احتمال خطای نوع دوم در کدام یک از موارد کمتر است؟

$\alpha = 0.001$ (۴)

$\alpha = 0.01$ (۳)

$\alpha = 0.05$ (۲)

$\alpha = 0.1$ (۱)



تمرین: (دکتری - ۹۳) کدام مورد درباره افزایش حجم نمونه، صحیح نیست؟

- (۱) خطای نوع دوم را کاهش می دهد.
 (۲) صحت برآورد را افزایش می دهد.
 (۳) باعث افزایش دقت برآورد می شود.
 (۴) خطای نوع اول را افزایش می دهد.

هر دو نوع خطا در β کاهش می یابد.

صحت برآورد: به این معنایست که فاصله اطمینان به دست آمده در برگزیده پارامتر جامعه است. با افزایش مقدار نمونه انتظار داریم صحت برآورد افزایش یابد.

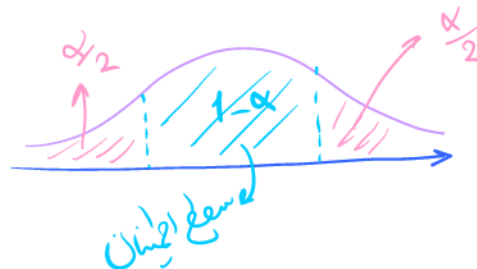
دقت برآورد: دقت برآورد مربوط به اندازه فاصله اطمینان است. هر چه حجم نمونه افزایش یابد عرض فاصله اطمینان کمتر شود و چون فاصله اطمینان در برگزیده پارامتر جامعه است لذا با افزایش n دقت برآورد افزایش می یابد.

افزایش حجم نمونه:
 - خطای نوع اول و دوم (α و β) هر دو کاهش می یابد.
 - توان آزمون $1 - \beta$ بیشتر می شود.
 - صحت و دقت برآورد افزایش می یابد.

۹۰٪ $M(2, 5)$

فاصله اطمینان $1 - \alpha$ =
 خطای نوع اول

$\alpha \downarrow \Rightarrow$ حجم نمونه $\uparrow$





تمرین: (دکتری - ۹۰) در بررسی فرض صفر در گروه‌های نمونه بزرگ محقق باید
 H_0

✓ (۱) نگران خطای نوع اول باشد.

✗ (۲) نگران هر دو خطا باشد.

✗ (۳) بیشتر به فکر توان آزمون آماری باشد.

افزایش حجم نمونه

α افزایش $\Rightarrow 1 - \beta^* = \beta$ افزایش دارد $\Rightarrow \beta$ و α هر دو کاهش $\Rightarrow$ افزایش حجم نمونه
 توان آزمون $\downarrow$
 کاهش α باشد $\downarrow$



تمرین: (دکتری - ۹۳) فرضیه $H_0: \mu = \mu_0$ ^{میانی پشهادی} را نظر بگیرید چنانچه میانگین واقعی جامعه μ_α باشد، آنگاه با

$$\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_1: \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

افزایش $|\mu_0 - \mu_\alpha|$ خطای (۱) نوع دوم کاهش می یابد.

(۲) نوع اول افزایش و خطای نوع دوم کاهش می یابد.

(۴) نوع اول کاهش و خطای نوع دوم افزایش می یابد.

(۳) نوع دوم افزایش می یابد.

↓ اختلاف بین مقدار پشهادی در H_0 و میانگین واقعی جامعه μ_α بیشتر

↓ توان آزمون β^* بیشتر

↓ β کاهش می یابد

↓ α بیشتر

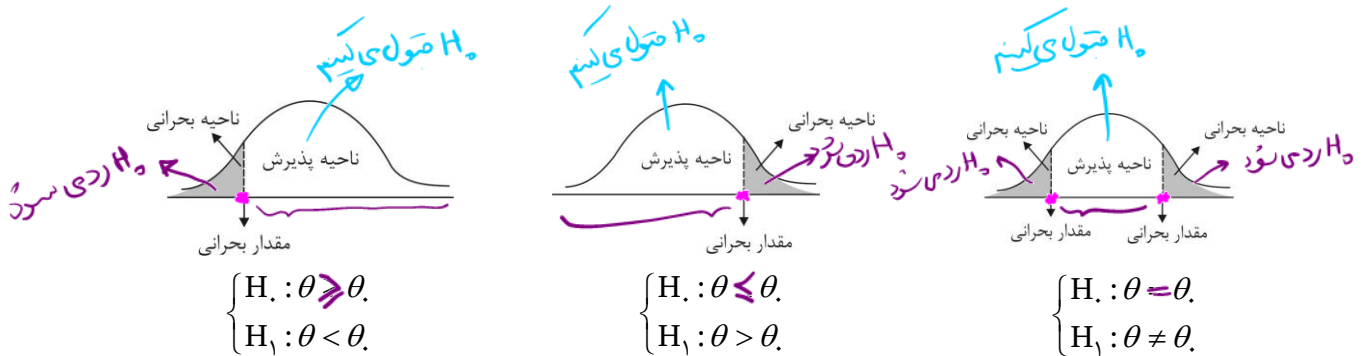


آماره آزمون:

آماره‌ای که بر اساس مقادیر مشاهده شده آن یک فرض را رد یا قبول می‌کنیم آماره آزمون نامیده می‌شود.

ناحیه پذیرش:

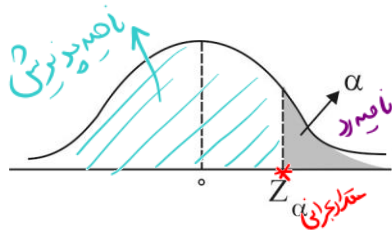
به مجموعه مقادیری از آماره که به ازای آن فرض H_0 را باید رد کرد ناحیه بحرانی آزمون گویند و متمم آن ناحیه پذیرش آزمون نامیده می‌شود.



در ناحیه پذیرش ، H_0 را قبول می‌کنیم. (یعنی در ناحیه رد می‌شود ، H_1 رد می‌شود.)
 در ناحیه بحرانی ، H_0 را رد می‌کنیم (یعنی در ناحیه بحرانی ، H_1 قبول می‌شود.)



تمرین: (دکتری - ۹۷) برای آزمون فرض میانگین، ناحیه‌ی رد فرض صفر به صورت شکل زیر است، در این صورت فرض صفر این آزمون کدام است؟



$$H_1: \mu \geq \mu_0 \quad (۴)$$

$$H_1: \mu \leq \mu_0 \quad (۳) \checkmark$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0 \quad (۲) \times$$

$$H_1: \mu = \mu_0 \quad (۱)$$

$$\text{مقدار آبی} \leq \text{ناقص} \Rightarrow H_0: \theta \leq \theta_0$$

$$\text{مقدار آبی} < \text{ناقص} \Rightarrow H_0: \theta \geq \theta_0$$

$$\text{بهری} \leq \text{ناقص} \leq \text{بهری} \Rightarrow H_0: \theta = \theta_0$$

نکته: با توجه به تعریف‌ها، اگر بخواهیم توان آزمون را محاسبه کنیم باید مقدار احتمال زیر را به دست آوریم:
(فرض H_1 درست باشد | آماره در ناحیه بحرانی قرار گیرد) P

نکته: برای محاسبه خطای نوع اول باید افعال زیر را محاسبه کنیم:

$$\alpha = P(H_0 \text{ درست است} \mid \text{نامیده برای رد کردن}) = P(H_0 \text{ درست است} \mid \text{رد کردن } H_0)$$

پس برای خطای نوع اول (α) باید افعال «رد کردن نامیده بحرانی به شرط آنکه H_0 درست است» را محاسبه کنیم.

$$P(H_0 \text{ نادرست است} \mid \text{پذیرفتن } H_0) =$$

برای خطای نوع دوم باید

$$= P(H_1 \text{ درست است} \mid \text{نامیده اصیلان (پذیرش)})$$

برای خطای نوع دوم (β) باید افعال «رد کردن نامیده اصیلان «پذیرش» به شرط آنکه H_1 درست است را محاسبه کنیم.



آزمون‌های آماری

آزمون فرض برای میانگین یک جامعه

اگر فرضیه‌ای درباره مقدار میانگین یک جامعه آماری بیان شود با آزمون فرض مناسب در سطح اطمینان $(1-\alpha)$ می‌توان درباره درستی یا نادرستی آن تصمیم‌گیری کرد.

آزمون میانگین جامعه

اگر نمونه‌ای به حجم n از جامعه‌ای نرمال انتخاب شود و $\bar{X}$ میانگین نمونه باشد با توجه به این که انحراف معیار جامعه یا انحراف معیار نمونه معلوم باشد از یکی از دو آماره زیر استفاده می‌کنیم:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad \text{یا} \quad t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

که در آن μ_0 مقدار میانگین در فرض H_0 است.

$n =$ اندازه نمونه

$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \text{انحراف معیار جامعه} \\ S = \text{انحراف معیار نمونه} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \bar{X} = \text{میانگین نمونه} \\ \mu_0 = \text{میانگین جامعه} \end{array} \right.$

$$H_0: \mu \leq \mu_0$$

$$\geq$$

$$=$$



تمرین: (دکتری - ۹۴) از شرکت‌های پذیرفته شده در بورس، نمونه تصادفی ۸۱ تایی انتخاب شده است که میانگین و انحراف معیار سود آنها به ترتیب ۱۱۵ و ۱۸ است. برای $H_0: \mu_x \leq 120$ مقدار آماره آزمون چقدر است؟

$$-2/5 \quad (4) \quad \checkmark$$

$$-1/25 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$0/28 \quad (1)$$

میانگین

$$\begin{aligned} \text{آماره آزمون} &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\ \text{برای میانگین} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{آماره آزمون} &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\ \text{برای میانگین} \end{aligned}$$

$$n = 81$$

$$\bar{X} = 115 \quad (\text{میانگین نمونه})$$

$$s = 18 \quad (\text{انحراف معیار نمونه})$$

$$H_0: \mu_x \leq 120 \rightarrow \mu_0$$

عدد بحرانی H_0 - میانگین نمونه

$$\text{آماره آزمون} = \frac{\text{میانگین نمونه} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$\text{آماره آزمون} = \frac{115 - 120}{\frac{18}{\sqrt{81}}} = \frac{-5}{\frac{18}{9}} = -2.5$$



سیلین

نمونه

نمونه

تمرین: (دکتری - ۱۴۰۰) اگر $\mu_1 \geq 83$ باشد، به ازای یک نمونه تصادفی ۱۴۴ تایی با میانگین ۸۰ و واریانس ۱۰۰، مقدار آماره آزمون کدام است؟

(۴) -۴/۳۲

(۳) ۴/۳۲

(۲) -۳/۶ ✓

(۱) ۳/۶

$$\text{آماره آزمون برای سیلین} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$\text{آماره آزمون برای سیلین} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

حل

$$n = 144$$

$$\bar{X} = 80$$

$$S^2 = 100 \xrightarrow{\text{حذر}} 10 = \text{دگرافت عبار}$$

$$H_0: \mu \geq 83 \rightarrow \mu_0$$

$$\text{آماره آزمون} = \frac{80 - 83}{\frac{10}{\sqrt{144}}} = \frac{-3}{\frac{10}{12}} = -3.6$$



آزمون فرض نسبت موفقیت در یک جامعه

اگر بخواهیم درصد یا نسبت خاصی از یک صفت را مورد آزمون قرار دهیم از آزمون فرض نسبت موفقیت در جامعه استفاده می‌کنیم.

فرض‌های آماری به یکی از حالت‌های زیر است:

$$\begin{cases} H_0: p \geq p_0 & \begin{cases} H_1: p \leq p_0 \\ H_1: p < p_0 \end{cases} \\ H_0: p \leq p_0 & \begin{cases} H_1: p \geq p_0 \\ H_1: p > p_0 \end{cases} \\ H_0: p = p_0 & \begin{cases} H_1: p \neq p_0 \end{cases} \end{cases}$$

که در آن P_0 نسبتی است که باید مورد آزمون قرار گیرد. اگر:

X = تعداد موفقیت مشاهده شده

n = حجم نمونه

$$\text{آنگاه } Z = \frac{x - np_0}{\sqrt{np_0q_0}} \text{ آماره آزمون است.}$$

$x =$ مقدار موفقیت مشاهده شده در نمونه

$n =$ مقدار نمونه

$p_0 =$ احتمال موفقیت در H_0

$q_0 = 1 - p_0$

$\bar{p} = \frac{x}{n} =$ احتمال موفقیت در نمونه

$$\tilde{Z} = \frac{x - np_0}{\sqrt{np_0q_0}}$$

مقدار موفقیت‌ها
داره سکه است

$$\tilde{Z} = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0q_0}{n}}}$$

مقدار موفقیت‌ها داره
سکه است



تمرین: (دکتری - ۹۷) ادعا شده است که ۶۴ درصد از دانشجویان ورودی یک دانشکده در ظرف مدت ۴ سال فارغ التحصیل می شوند. برای بررسی این ادعا یک نمونه تصادفی شامل ۳۶ نفر از ورودی های سال ۱۳۹۱ انتخاب و معلوم می شود که ۱۵ نفر از آن ها در سال ۱۳۹۵ فارغ التحصیل شده اند. اندازه آماره آزمون این بررسی کدام است؟

$$-\frac{67}{24} \quad (4) \quad \checkmark$$

$$\frac{67}{24} \quad (3)$$

$$\frac{76}{24} \quad (2)$$

$$-\frac{76}{24} \quad (1)$$

برای یک «درصد» یا «نسبت»
اصلاً ایستاده

$$H_0: P_0 = \frac{64}{100} \Rightarrow q_0 = \frac{36}{100}$$

$$\bar{X} = \frac{X - nP_0}{\sqrt{nP_0q_0}}$$

$$\bar{X} = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0q_0}{n}}}$$

$$\left. \begin{array}{l} n=36 \text{ (اندازه نمونه)} \\ x=15 \text{ (تعداد موفقیت در نمونه)} \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{P} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

هر دو فرمول رای توان استفاده کرد.

$$\bar{X} = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0q_0}{n}}} = \frac{\frac{5}{12} - \frac{64}{100}}{\sqrt{\frac{\frac{64}{100} \times \frac{36}{100}}{36}}} = \frac{\frac{5}{12} - \frac{16}{25}}{\frac{\frac{8}{10} \times \frac{6}{10}}{6}} = -\frac{67}{24}$$



$$① P > \frac{80}{100}$$

$$② P < \frac{80}{100}$$

تمرین: (دکتری ۹۸) ادعا شده است که بیش از ۸۰ درصد کارخانجات یک منطقه از استانداردهای ضد آلودگی برخوردار هستند. برای آزمون این ادعا یک نمونه تصادفی شامل ۶۴ کارخانه در آن منطقه انتخاب شده است که ۵۶ کارخانه از استانداردهای ضد آلودگی برخوردارند، اندازه آماره آزمون این بررسی کدام است؟

۲/۸ (۴)

۲/۳ (۳)

۱/۸۵ (۲)

۱/۵ (۱) ✓

$$H_0: P \leq \left(\frac{80}{100}\right) \quad P_0 = \frac{80}{100} \Rightarrow q_0 = \frac{20}{100}$$

$$\left. \begin{array}{l} n = 64 \text{ (تقریباً نمونه)} \\ x = 56 \text{ (تقریباً موقعیت در نمونه)} \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{P} = \frac{56}{64} = \frac{7}{8}$$

امثال
موقعیت
در نمونه

$$\tilde{Z} = \frac{x - np_0}{\sqrt{np_0q_0}}$$

$$\tilde{Z} = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0q_0}{n}}}$$

$$\tilde{Z} = \frac{\frac{7}{8} - \frac{80}{100}}{\sqrt{\frac{\frac{80}{100} \times \frac{20}{100}}{64}}} = 1.5$$

$$\frac{\frac{7}{8} - \frac{8}{10}}{\sqrt{\frac{16}{6400}}} = \frac{\frac{70-64}{80}}{\frac{4}{80}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$



تمرین: (دکتری - ۹۷) می‌دانیم افراد جامعه از لحاظ نوع نگرش به بدبین تقسیم می‌شوند. فرضیه‌ای مطرح شده است که بین افراد جامعه نوع نگرش غالب وجود ندارد. جهت آزمون فرضیه، یک نمونه ۱۰۰ نفره انتخاب شد و مشخص گردید ۵۵ نفر آن‌ها خوش‌بین هستند. مقدار آماره آزمون چقدر است؟

(۴) ۱/۶۴

(۳)

(۲) ۰/۵

(۱) ۰

هر کدام ۵۰ = $\frac{1}{2}$

(ح)

$$H_0: P_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow q_0 = \frac{1}{2}$$

$$n=100 \left\{ \Rightarrow \bar{P} = \frac{55}{100} \right.$$

$X=55$ (تعداد موضوعات در نوبت)

$$\tilde{A} = \frac{X - nP_0}{\sqrt{nP_0q_0}}$$

$$\tilde{A} = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0q_0}{n}}}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \frac{\frac{55}{100} - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{100}}} = \frac{\frac{55}{100} - \frac{50}{100}}{\sqrt{\frac{\frac{1}{4}}{100}}} = \frac{\frac{5}{100}}{\frac{1}{20}} \\ &= \frac{5/100}{1/20} = 1 \end{aligned}$$

